

**Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

*Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.***PROBLEMA 1**

Sia  $AB$  un segmento di lunghezza  $2a$  e sia  $C$  il suo punto medio. Fissato un conveniente sistema di coordinate cartesiane monometriche  $(x, y)$ :

a) si verifichi che il luogo dei punti  $P$  per cui  $\frac{PA}{PB} = k$  ( $k$  costante positiva

assegnata) è una circonferenza (circonferenza di Apollonio) e si trovi il valore di  $k$  per cui la soluzione degenera in una retta;

b) si determini il luogo geometrico  $\gamma$  dei punti  $X$  che vedono  $AC$  sotto un angolo di  $45^\circ$ ;

c) posto  $X$  appartenente a  $\gamma$  in uno dei due semipiani di origine la retta per  $A$  e per  $B$  e indicato con  $\alpha$  l'angolo  $\angle XAC$  si illustri l'andamento della funzione

$$y = f(x), \text{ con } y = f(x) = \left( \frac{XB}{XA} \right)^2 \text{ e } x = \operatorname{tg} \alpha$$

**PROBLEMA 2**

Nel piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali monometriche  $(x, y)$ , è assegnata la funzione:

$$y = x^2 + a \log(x + b)$$

con  $a$  e  $b$  diversi da zero.

a) Si trovino i valori di  $a$  e di  $b$  tali che la curva  $\Gamma$ , grafico della funzione, passi per l'origine degli assi e presenti un minimo assoluto in  $x = 1$ ;

b) si studi e si disegni  $\Gamma$ ;

c) si determini, applicando uno dei metodi numerici studiati, un'approssimazione della intersezione positiva di  $\Gamma$  con l'asse  $x$ ;

d) si determini l'equazione della curva  $\Gamma'$  simmetrica di  $\Gamma$  rispetto alla retta  $y = y(1)$ ;

e) si disegni, per i valori di  $a$  e  $b$  trovati, il grafico di  $y = |x^2 + a \log(x + b)|$ .

**Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

*QUESTIONARIO*

- (1) Provare che una sfera è equivalente ai  $2/3$  del cilindro circoscritto.
- (2) Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione:  $xe^x + xe^{-x} - 2 = 0$ .
- (3) Dimostrare che se  $p(x)$  è un polinomio, allora tra due qualsiasi radici di  $p(x)$  c'è una radice di  $p'(x)$ .
- (4) Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \arcsen x + \arccos x$ . Quali conclusioni se ne possono trarre per la  $f(x)$ ?
- (5) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{\log x}{x} dx$$

- (6) Con uno dei metodi di quadratura studiati, si calcoli un'approssimazione dell'integrale definito

$$\int_0^{\pi} \sin x dx$$

e si confronti il risultato ottenuto con il valore esatto dell'integrale.

- (7) Verificato che l'equazione  $x - e^{-x} = 0$  ammette una sola radice positiva compresa tra 0 e 1, se ne calcoli un'approssimazione applicando uno dei metodi numerici studiati.
- (8) Una classe è composta da 12 ragazzi e 4 ragazze. Tra i 16 allievi se ne scelgono 3 a caso: qual è la probabilità che essi siano tutti maschi?
- (9) Spiegare il significato di *sistema assiomatico* con particolare riferimento alla sistemazione logica della geometria.
- (10) Dire, formalizzando la questione e utilizzando il teorema *del valor medio* o *di Lagrange*, se è vero che «se un automobilista compie un viaggio senza soste in cui la *velocità media* è 60 km/h, allora almeno una volta durante il viaggio il tachimetro dell'automobile deve indicare esattamente 60 km/h».

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.